Bac Maths D, Tunisie 2019

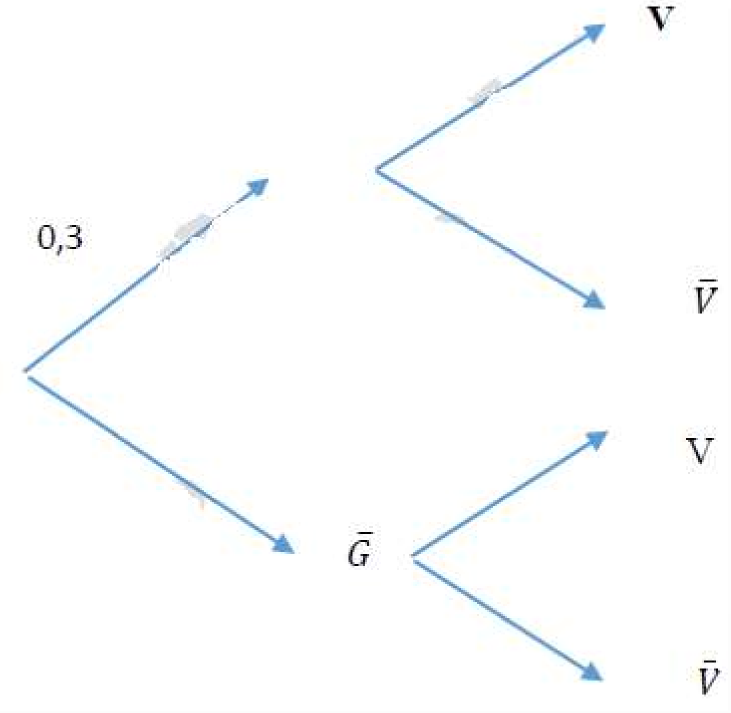
Exercice 1

Une étude statistique montre que dans une ville donnée ; 15% des individus âgés de moins de 60 ans et 80% des individus âgés de plus de 60 ans ont été vaccinés contre la grippe.
Les individus âgés de plus de 60 ans représentent 30% de la population de cette ville.

On choisit, au hasard, une personne de cette population et on considère les évènements suivants :

• G : « La personne est âgés de plus de 60 ans ».

• V : « La personne est vaccinée ».



1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous.

2. Montrer que la probabilité pour qu'une personne soit vaccinée est égale à $0.345.$

3. La personne choisie étant vaccinée, quelle est la probabilité pour qu'elle soit âgée de moins de 60 ans.

4. On choisit au hasard 10 personnes âgées de plus de 60 ans.

Calculer la probabilité pour que deux exactement d'entre elles soient vaccinées.

5. On choisit, au hasard, n personnes âgées de plus de 60 ans.

a) Quelle est la probabilité pour qu'aucune d'entre elles ne soit vaccinée ?

b) Déterminer la probabilité p_n pour que l'une au moins d'entre elle soit vaccinée.

c) Déterminer la plus petite valeur de n pour que $p_n\geq 0.9.$

Exercice 2

1. Soit le nombre complexe a défini par $a = \dfrac{\sqrt{2}}{2}(1+\mathrm{i})(\sqrt{3}+\mathrm{i})$.

a) Montrer que $a = 2\mathrm{e}^{\frac{5\pi}{12}}$.

b) Donner les valeurs exactes de $\cos\left(\dfrac{11\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{11\pi}{12}\right)$.

2. a) Vérifier que $a^4 = 8(1-\mathrm{i}\sqrt{3})$.

b) En déduire les solutions de l'équation $(E)\ :\ z^4 = 8(1-\mathrm{i}\sqrt{3})$.

c) Dana la figure 1 de l'annexe jointe, le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O\ ,\ \vec{u}\ ,\ \vec{v})$.

Γ est le cercle trigonométrique et H est le point d'affixe $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{12}}$.

Placer les images des solutions de l'équation (E).

Exercice 3

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O\ ,\ \vec{i}\ ,\ \vec{j}\ ,\ \vec{k})$, on donne les points $A(2\ ;\ 1\ ;\ 1)$, $B(-1\ ;\ -1\ ;\ 0)$, $C(1\ ;\ 1\ ;\ 4)$, $H(0\ ;\ 0\ ;\ 2)$ et la droite Δ dont le système d'équation paramétrique est :

$$\begin{cases} x = \alpha \\ y = \alpha \quad ; \quad \alpha \in \mathbb{N} \\ z = -\alpha + 2 \end{cases}$$

1. a) Montrer que les points A, B et C définissent un plan $\mathcal{P}$.

b) Montrer qu'une équation $\mathcal{P}$ est $x+y+z+2=0$.

2. Soit le point $E(2\ ;\ 2\ ;\ 0)$

a) Vérifier que E n'appartient pas à $\mathcal{P}$.

b) Calculer le volume du tétraèdre $EABC$.

3. Montrer que la droite Δ est perpendiculaire au plan $\mathcal{P}$ en un point que l'on précisera.

4. Soit $\alpha \neq 0$ et $M(\alpha\ ;\ \alpha\ ;\ -\alpha+2)$ un point de Δ.

a) Calculer en fonction de α le volume du tétraèdre $MABC$.

b) En déduire les coordonnées des points M pour lesquels le volume du tétraèdre $MABC$ est égale au double du volume du tétraèdre $EABC$.

Exercice 4

Soit f la fonction définie sur $I = [0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = \ln(1+\sqrt{x})$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O\ ,\ \vec{i}\ ,\ \vec{j})$ du plan.

1. a) Montrer que f est dérivable sur I et que $f'(x) = \dfrac{1}{2(x+\sqrt{x})}$.

b) Montrer que $\lim\limits_{\to 0^+} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$. Interpréter graphiquement ce résultat.

c) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement les résultats.

d) Dresser le tableau de variation de f.

e) Montrer que f réalise une bijection de I vers I.

f) On désigne par f^{-1} la fonction réciproque de f.

Montrer que pour tout $x \geq 0$, $f^{-1}(x) = (\mathrm{e}^x - 1)^2$.

2. Soit $J = \left[\frac{1}{4} \, ; \, 1\right]$

a) Montrer que pour tout $x \in J$, $f'(x) \leq \frac{2}{3}$.

b) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet dans l'intervalle J une unique solution α vérifiant $0.5 < \alpha < 0.6$.

3. Dans la figure 2 de l'annexe jointe, on a représenté dans le repère $(O \, , \, \vec{i} \, , \, \vec{j})$ le réel α et la droite Δ d'équation $y = x$.

a) Tracer dans la figure 2 les courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_f^{-1}$ Désigne la courbe représentative de la fonction f^{-1}.

(On précisera les demi-tangentes).

b) Calculer, en fonction de α, l'aire de la partie du plan limitée par $\mathcal{C}_f$, $\mathcal{C}_f^{-1}$ et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = \alpha$.

4. On considère la suite $(u_n) \, n \in \mathbb{N}$ définie par :

$$\begin{cases} u_0 & = & 1 \\ u_{n+1} & = & f\left(u_n\right) \end{cases}$$

a) Montrer que pour tout entier naturel n, $u_n \in \left[\frac{1}{4} \, ; \, 1\right]$.

b) Montrer que pour tout entier naturel n, $|u_n - \alpha| \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$.

c) En déduire que la suite (u_n) est convergente et donner sa limite.

d) Soit la suite $(v_n) \, n \in \mathbb{N}$ définie par $v_n = f^{-1}\left(u_n\right)$.

Montrer que la suite (v_n) est convergente et déterminer sa limite.

Annexe (à rendre avec la copie)

Figure 1

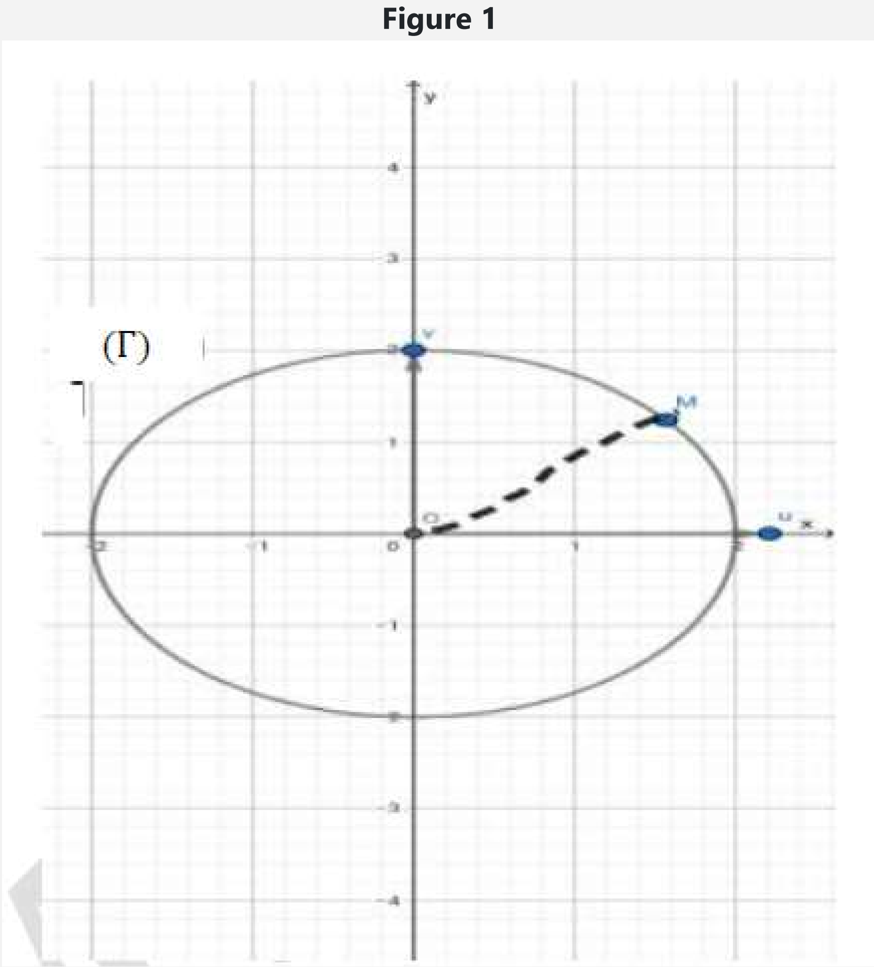
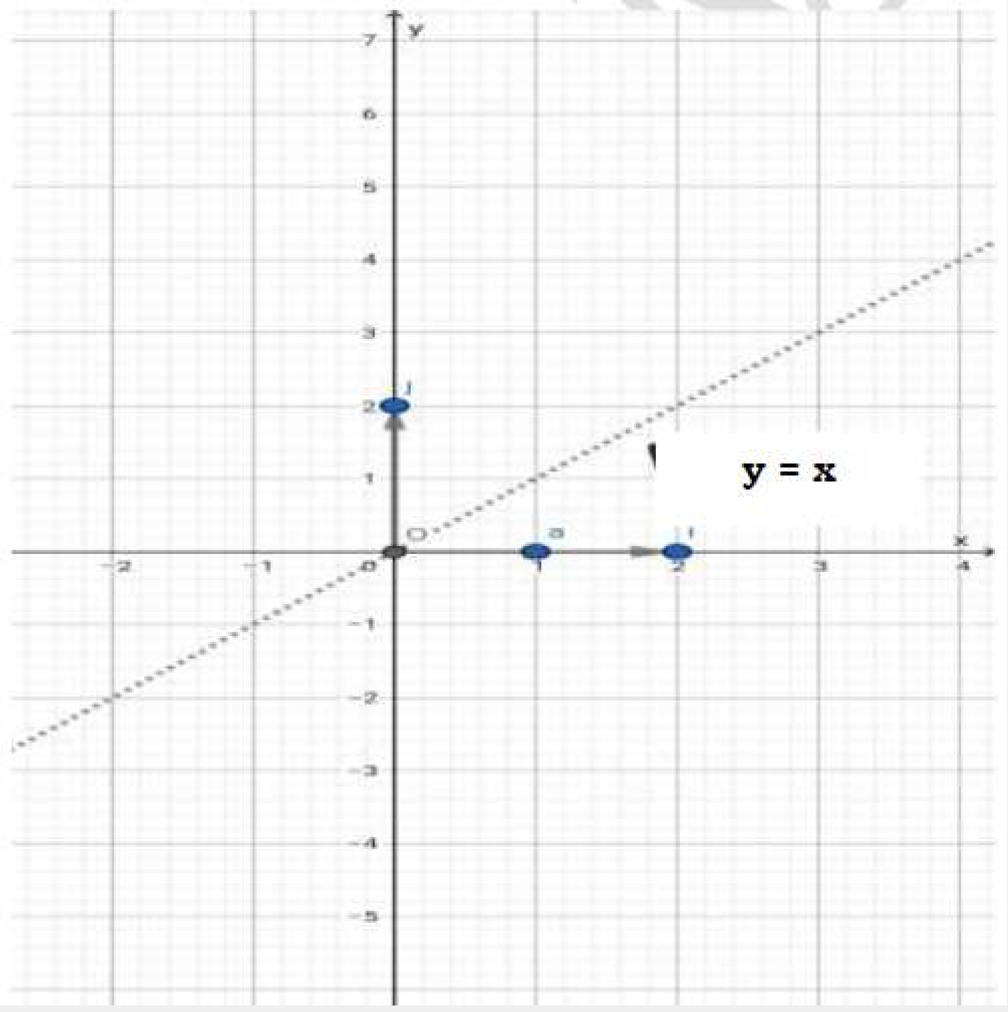


Figure 2



Mon compte | Se déconnecter

Copyright © 2021 www.sunudaara.com